

СПЕЦИФИКАЦИЯ

контрольно-измерительных материалов для проведения итоговой контрольной работы по алгебре и началам анализа в 11 классе в 2017-2018 учебном году.

1. Назначение работы – итоговая работа предназначена для установления уровня усвоения курса математики 11-го класса

2. Содержание итоговой работы определяется на основе следующих нормативных документов:

1. Федерального государственного стандарта основного общего образования.
2. Кодификатор элементов содержания и требований (умений), составленный на основе Обязательного минимума содержания основных образовательных программ и Требования к уровню подготовки выпускников основной школы.

3. Характеристика структуры и содержания работы

В работу по алгебре и началам анализа включено 11 заданий, которые разделены на 2 части.

Первая часть: 8 заданий – задания с кратким ответом

Вторая часть: 3 задания – задание с развернутым ответом (с полной записью решения). Работа представлена двумя вариантами

4. Время выполнения работы

Примерное время на выполнение заданий, в зависимости от формы представления информации в условии задания и объёма информации, которую необходимо проанализировать и осмыслить составляет от 2 (для заданий с кратким ответом) до 20 минут (для заданий с развернутым ответом);

На выполнение всей работы отводится 80 минут.

5. Оценка выполнения отдельных заданий и работы в целом.

1. Задание с кратким ответом считается выполненным, если записанный ответ совпадает с эталоном.

Таблица максимального числа баллов за одно задание

Часть 1 (базовый уровень)	Часть 2 (повышенный уровень)			Итого
Задание, №	Задание, №			
1-8	9	10	11	
1	2	3	4	17

Выполнение учащимся работы в целом определяется суммарным баллом, полученным им по результатам выполнения всех заданий работы.

Таблица перевода тестовых баллов в школьные отметки

Тестовый балл	Школьная отметка
0-5	2
6-8	3
9-12	4
13-17	5

КОДИФИКАТОР

Перечень элементов содержания, проверяемых на итоговой контрольной работе по алгебре и началам анализа, 11 КЛАСС

Элементы содержания, проверяемые на контрольной работе	
1	Применение производной к исследованию функций
2	Геометрический смысл производной, угловой коэффициент касательной
3	Физический смысл производной
4	Первообразная, основное свойство первообразной, правила нахождения первообразной
5	Площадь криволинейной трапеции, Формула Ньютона-Лейбница
6	Производная степенной и логарифмической функции, точки экстремума
7	Наибольшее и наименьшее значения функции, исследование тригонометрических функций
8	Простейшая задача на оптимизацию
9	Системы нелинейных уравнений
10	Промежутки монотонности и точки экстремума, исследование кусочной функции
11	Уравнение с параметром

Перечень требований к уровню подготовки учащихся, достижение которого проверяется на итоговой контрольной работе по алгебре и началам анализа, 11 КЛАСС

Код требования	Требования к уровню подготовки учащихся, достижение которого проверяется на контрольной работе.
1	ЗНАТЬ И ПОНИМАТЬ:
1.1	Определение производной, правила исследования функции с помощью производной
1.2	Геометрический смысл производной: понятие об угловом коэффициенте касательной к графику функции
1.3	Физический смысл производной скорость, ускорение.
1.4	Определение первообразной, табличные значения первообразной, правила нахождения первообразной
1.5	Понятие о криволинейной трапеции, формулу Ньютона-Лейбница
1.6	Понятие о производной степенной и логарифмической функций, о точках экстремума. Алгоритм нахождения точек экстремума
1.7	Понятие о производной тригонометрической функции. Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции
1.8	Понятие о простейших задачах на оптимизацию. Алгоритм решения задач на оптимизацию
1.9	Методы решения систем нелинейных уравнений
1.10	Алгоритм исследования функции на монотонность и алгоритм нахождения точек экстремума
1.11	Алгоритм решения уравнений с параметром.
2	УМЕТЬ:
2.1	Исследовать функцию по графику ее производной
2.2	Находить угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции в точке
2.3	Находить ускорение точки в заданный момент времени
2.4	Находить первообразные и значения первообразных
2.5	Строить криволинейные трапеции и вычислять их площади
2.6	Исследовать степенную и логарифмическую функцию по их производным

	2.7	Исследовать функцию на наибольшее и наименьшее значения с помощью производной
	2.8	Составлять функцию по условию задачи и исследовать эту функцию на наибольшее и наименьшее значения.
	2.9	Решать систему уравнений нелинейных уравнений
	2.10	Исследовать функцию на монотонность, находить точки экстремума
	2.11	Решать параметрические уравнения

Обобщенный план итоговой работы 2017-2018 учебного года по алгебре и началам анализа

№ п/п	Проверяемые умения	Коды проверяемых требований к уровню подготовки (по кодификатору)	Коды проверяемых элементов содержания и элементы содержания	Уровень сложности	Макс. балл	Время выполнения
1	3		4	5	6	7
1	Уметь выполнять действия с функциями	3.3. Описывать по графику производной поведение и свойства функции	4.2.1. Применение производной к исследованию функций	Б	1	2
2	Уметь находить угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции в точке	3.2. Вычислять производные элементарных функций	4.1.1. Понятие о производной функции, геометрический смысл производной	Б	1	3
3	Находить ускорение точки в заданный момент времени	3.2. Вычислять производные элементарных функций	4.1.5. Производные основных элементарных функций 4.1.2. Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком 4.1.6. Вторая производная и её физический смысл	Б	1	4
4	Находить первообразные и значения первообразных	3.2. Вычислять первообразные элементарных функций	4.3.1. Первообразные элементарных функций	Б	1	3
5	Строить криволинейные трапеции и вычислять их площади	3.1. Описывать по графику поведение и свойства функции, строить графики изученных функций	4.3.2. Примеры применения интеграла в геометрии	Б	1	5
6	Исследовать степенную и логарифмическую функцию по их производным	3.3. Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции	4.1.5. Производные основных элементарных функций 3.2.5. Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции	Б	1	5
7	Исследовать функцию на наибольшее и наименьшее значения с помощью производной	3.3. Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции	4.1.5. Производные основных элементарных функций 3.2.6. Наибольшее и наименьшее значения функции	П	1	5
8	Составлять функцию по условию задачи и исследовать эту функцию на наибольшее и наименьшее значения.	5.1. Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять функцию по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры	4.1.5. Производные основных элементарных функций 4.2.2. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах	П	1	6
9	Решать систему уравнений нелинейных уравнений	2.3. Решать рациональные уравнения и их системы	2.1.7. Равносильность уравнений, систем уравнений 2.1.8. Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными 2.1.9. Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных	П	2	12

10	Исследовать функцию на монотонность, находить точки экстремума	3.3. Исследовать функции на монотонность, находить наибольшее и наименьшее значения функции	4.1.5. Производные основных элементарных функций 3.2.1. Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания 3.2.5. Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции	П	3	15
11	Решать параметрические уравнения	2.2. Решать уравнения с параметром, используя свойства функций и их графиков	2.1.10. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений 4.1.5. Производные основных элементарных функций 4.2.2. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах	В	4	20

Итоговая работа по алгебре и началам анализа
11 класс /2 урока/

I вариант

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы отводится 2 урока (80 минут). Работа состоит из двух частей и содержит 11 заданий.

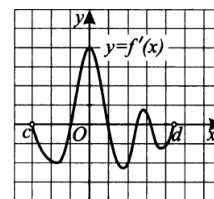
Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня по материалу курса алгебры и начала анализа. К каждому заданию нужно дать краткий ответ, представленный либо целым числом, либо конечной десятичной дробью.

Часть 2 содержит 3 более сложных задания. При их выполнении надо записать подробное обоснованное решение и ответ.

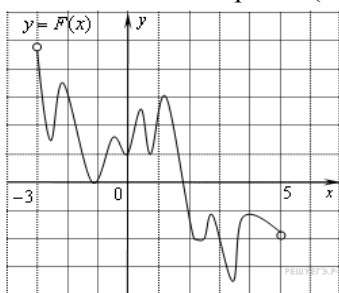
Исправления и зачёркивания в каждой части работы, если они сделаны аккуратно, не являются поводом для снижения оценки.

Часть - 1

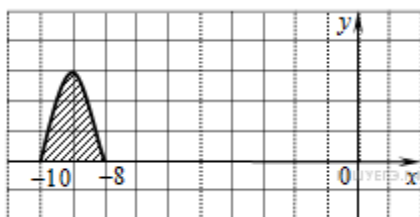
1. Функция $y=f(x)$ определена на промежутке $(c;d)$. На рисунке изображён график производной функции $y=f'(x)$. Найдите количество точек минимума функции.



2. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y= \operatorname{tg} x$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{4}$.
3. Точка движется по координатной прямой согласно закону $x(t)=t^3+t^2+2$, где x – перемещение в метрах, t – время в секундах. В какой момент времени ускорение точки будет равно 8 м/с^2 ?
4. На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ — одной из первообразных функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3; 5)$. Найдите количество решений уравнения $f(x)=0$ на отрезке $[-2; 4]$.



5. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Функция $F(x) = -x^3 - 27x^2 - 240x - 8$ — одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



6. Найдите точку максимума функции $y = \ln(x+5) - 2x + 9$.
7. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{1}{2} \cos 2x + \sin x$ на отрезке $[0; \frac{\pi}{2}]$.
8. Периметр равнобедренного треугольника равен 18 см. Какими должны быть его стороны, чтобы площадь треугольника была наибольшей?

Часть - 2

9. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} \frac{y+x}{y-x} + 5\frac{y-x}{y+x} = 6, \\ x^2 + y^2 = 13. \end{cases}$$
10. Исследуйте функцию $y = \begin{cases} 2 \sin x, & \text{если } -\pi \leq x \leq 0, \\ 2\sqrt{x} - x, & \text{если } x > 0 \end{cases}$ на монотонность и экстремумы.
11. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{4}{3}x^3 - 4x + 3 = a$ имеет более одного корня?

Итоговая работа по алгебре и началам анализа
11 класс /2 урока/

II вариант

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы отводится 2 урока (80 минут). Работа состоит из двух частей и содержит 13 заданий.

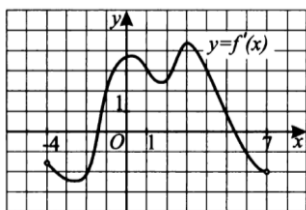
Часть 1 содержит 10 заданий базового уровня по материалу курса алгебры и начала анализа. К каждому заданию нужно дать краткий ответ, представленный либо целым числом, либо конечной десятичной дробью.

Часть 2 содержит 3 более сложных задания. При их выполнении надо записать подробное обоснованное решение и ответ.

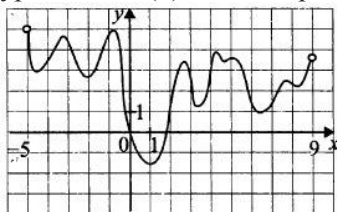
Исправления и зачёркивания в каждой части работы, если они сделаны аккуратно, не являются поводом для снижения оценки.

Часть - 1

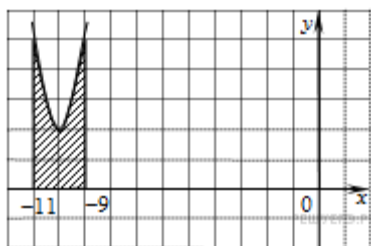
1. Функция $y=f(x)$ определена на промежутке $(-4;7)$. График её производной изображён на рисунке. Укажите количество точек максимума функции $y=f(x)$.



2. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y=\sqrt{3}\cos x$ в точке с абсциссой $x_0=\pi$.
3. Точка движется по координатной прямой согласно закону $s(t)=-9t^2+t^3-11$, где s – перемещение в метрах, t – время в секундах. В какой момент времени ускорение точки будет равно нулю?
4. На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ — одной из первообразной некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 9)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-3; 6]$.



5. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Функция $F(x) = x^3 + 30x^2 + 302x - \frac{15}{8}$ — одна из первообразных функции $y = f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



6. Найдите точку минимума функции $y = 2x - \ln(x + 3) + 7$.
7. Найдите наибольшее значение функции $y = \cos x + \sqrt{3} \sin x$ на отрезке $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$.
8. Сумма катетов прямоугольного треугольника равна 15 см. Каковы должны быть их длины, чтобы гипотенуза треугольника была наибольшей?

Часть - 2

9. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} \frac{x+3y}{x-3y} - 4\frac{x-3y}{x+3y} = 3, \\ 34y^2 - x^2 = 9. \end{cases}$$

10. Исследуйте функцию $y = \begin{cases} x^4 - 2x^2, & \text{если } x > 0, \\ \sin x, & \text{если } -\pi \leq x \leq 0 \end{cases}$ на монотонность и экстремумы.

11. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{2}{3}x^3 - 2x + 1 = a$ имеет менее трех корней?

Ответы
Вариант I
Часть 1

1	2	3	4	5	6	7	8
2	2	1	10	4	-4,5	0,75	6

Часть 2

9.

<i>Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются различные методы оформления, не искажающие его смысл)</i>	баллы
Правильно произведена замена переменных. Верно решено квадратное уравнение, произведена обратная замена и решены системы уравнений. Получен верный ответ.	2
Ход решения верный. Правильно произведена замена переменных. Верно решено квадратное уравнение, произведена обратная замена и решены системы уравнений. В процессе решения допущены вычислительные ошибки. Получен неверный ответ.	1
В остальных случаях	0

Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} \frac{y+x}{y-x} + 5 \frac{y-x}{y+x} = 6, \\ x^2 + y^2 = 13. \end{cases}$$

Решение.

Ответ: $(0, \sqrt{13}), (0, -\sqrt{13}), (2, 3), (-2, -3)$.

10.

<i>Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются различные методы оформления, не искажающие его смысл)</i>	баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат; – неверный ответ из-за вычислительной ошибки; – верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
В остальных случаях	0

Исследуйте функцию $y = \begin{cases} 2 \sin x, & \text{если } -\pi \leq x \leq 0, \\ 2\sqrt{x} - x, & \text{если } x > 0 \end{cases}$ на монотонность и экстремумы.

Решение.

Ответ.

11.

<i>Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются различные методы оформления, не искажающие его смысл)</i>	баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4

С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно найдена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

При каких значениях параметра a уравнение $\frac{4}{3}x^3 - 4x + 3 = a$ имеет более одного корня?

Решение.

Ответ. $[\frac{1}{3}; 5\frac{2}{3}]$

Вариант II

Часть 1

1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	3	8	6	-2,5	2	7,5

Часть 2

9.

<i>Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются различные методы оформления, не искажающие его смысл)</i>	баллы
Правильно произведена замена переменных. Верно решено квадратное уравнение, произведена обратная замена и решены системы уравнений. Получен верный ответ.	2
Ход решения верный. Правильно произведена замена переменных. Верно решено квадратное уравнение, произведена обратная замена и решены системы уравнений. В процессе решения допущены вычислительные ошибки. Получен неверный ответ.	1
В остальных случаях	0

Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} \frac{x+3y}{x-3y} - 4\frac{x-3y}{x+3y} = 3, \\ 34y^2 - x^2 = 9. \end{cases}$$

Решение.

Ответ: $(0, \frac{3}{\sqrt{34}}), (0, -\frac{3}{\sqrt{34}}), (5, 1), (-5, -1)$.

10.

<i>Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются различные методы оформления, не искажающие его смысл)</i>	баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат; – неверный ответ из-за вычислительной ошибки; – верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию	1

этой модели, при этом решение может быть не завершено	
В остальных случаях	0

Исследуйте функцию $y = \begin{cases} x^4 - 2x^2, & \text{если } x > 0, \\ \sin x, & \text{если } -\pi \leq x \leq 0 \end{cases}$ на монотонность и экстремумы.

Решение.

Ответ.

11.

<i>Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются различные методы оформления, не искажающие его смысл)</i>	баллы
Обоснованно получен правильный ответ.	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно найдена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0

При каких значениях параметра a уравнение $\frac{2}{3}x^3 - 2x + 1 = a$ имеет менее трех корней?

Решение.

Ответ. $(-\infty; -\frac{1}{3}] \cup [2\frac{1}{3}; +\infty)$